

EXAMEN D'ANALYSE FINANCIÈRE QUANTITATIVE

Université de Bourgogne Europe
Licence 3 Économie
Enseignant: Mickaël Clévenot

Année 2024-2025

Durée : 2 heures

Documents non autorisés - Calculatrice simple autorisée
La clarté des raisonnements et la qualité de la présentation seront
prises en compte dans la notation

Note : Ce sujet a été réalisé avec l'assistant IA Claude. Le degré de précision dans
les calculs de volatilité implicite est approximatif, ce qui explique le nombre
anormalement élevé d'itérations dans la correction. Avec votre calculatrice, vous
devriez obtenir une convergence plus rapide.

Exercice 1 : MEDAF et régression linéaire (6 points)

Un gestionnaire de portefeuille a analysé la performance mensuelle d'une action par rapport au marché sur les 36 derniers mois. Il a réalisé une régression linéaire pour estimer les paramètres du Modèle d'Évaluation Des Actifs Financiers (MEDAF) selon l'équation :

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_m - R_f) + \varepsilon_i$$

où :

- R_i est le rendement de l'action
- R_f est le taux sans risque (2% annuel)
- R_m est le rendement du marché
- α_i et β_i sont les paramètres à estimer
- ε_i est le terme d'erreur

Le résultat de la régression des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) est le suivant :

Variable	Coefficient	Écart-type	t-stat	p-value
Constante (α)	0,0045	0,0018	2,5	0,0171
Prime de risque marché (β)	1,28	0,15	8,53	0,0000

$$R^2 = 0,68 \quad R^2 \text{ ajusté} = 0,67 \quad \text{F-statistique} = 72,89$$

1. Interprétez le coefficient bêta et son niveau de signification statistique. Que nous indique-t-il sur le risque de l'action par rapport au marché ? (1,5 points)

- Interprétez l'alpha de Jensen et sa signification statistique. L'action a-t-elle surperformé ou sous-performé le marché, après ajustement du risque ? (1,5 points)
- Quel serait le niveau du bêta probable pour une valeur bancaire ? Justifiez votre réponse. (1,5 points)
- Pour un portefeuille avec un $\beta = 0,8$, calculez le rendement mensuel attendu si le marché progresse de 3% sur le mois et que le taux sans risque mensuel est de 0,17%. (1,5 points)

Exercice 2 : Analyse technique (6 points)

Le tableau ci-dessous présente les cours de clôture hebdomadaires d'une action sur 12 semaines :

Semaine	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cours (€)	125	132	129	138	145	143	137	149	157	152	159	148

- Calculez les rendements hebdomadaires pour les semaines 2 à 12. Présentez vos résultats sous forme de tableau. (1,5 points)
- Déterminez les niveaux de retracement de Fibonacci pour la tendance haussière entre la semaine 1 et la semaine 11. A partir des principaux niveaux de Fibonacci utilisés en analyse technique (23,6%, 38,2%, 50%, 61,8%) puis calculez les niveaux de prix correspondants. (1,5 points)
- Calculez l'indicateur RSI (Relative Strength Index) sur 14 jours pour la semaine 12, en utilisant les données fournies. Vous pouvez utiliser l'approche simplifiée avec la formule :

$$RSI = 100 - \frac{100}{1 + \frac{\text{Moyenne des hausses}}{\text{Moyenne des baisses}}}$$

Interprétez le résultat obtenu : l'action est-elle en situation de surachat, de survente ou dans une zone neutre ? (1,5 points)

- Un investisseur souhaite mettre en place une stratégie de stop-loss à 6% en dessous du cours maximal atteint. Identifiez les semaines où ce stop-loss aurait été déclenché et calculez les pertes évitées grâce à cette stratégie de gestion du risque. (1,5 points)

Exercice 3 : Volatilité implicite et stratégies d'options sur le CAC 40 (8 points)

On considère les options d'achat européennes sur l'indice CAC 40 dont le niveau actuel est de 7600 points. Les caractéristiques du marché sont les suivantes :

- Taux d'intérêt sans risque : 3% par an
- Échéance des options : 6 mois
- Un point d'indice vaut 10€
- Aucun dividende n'est versé pendant la durée de vie des options

Le tableau ci-dessous présente les prix de marché des options d'achat pour différents prix d'exercice :

Prix d'exercice	Prix de l'option (points)	Prix de l'option (€)
7400	138	1380€
7500	102	1020€
7600	73,5	735€
7700	50,5	505€
7800	32,5	325€

1. En utilisant la méthode de Newton pour la recherche de la volatilité implicite de l'option ATM (K=7600 points), complétez les itérations suivantes. La première itération est fournie ci-dessous : (4 points)

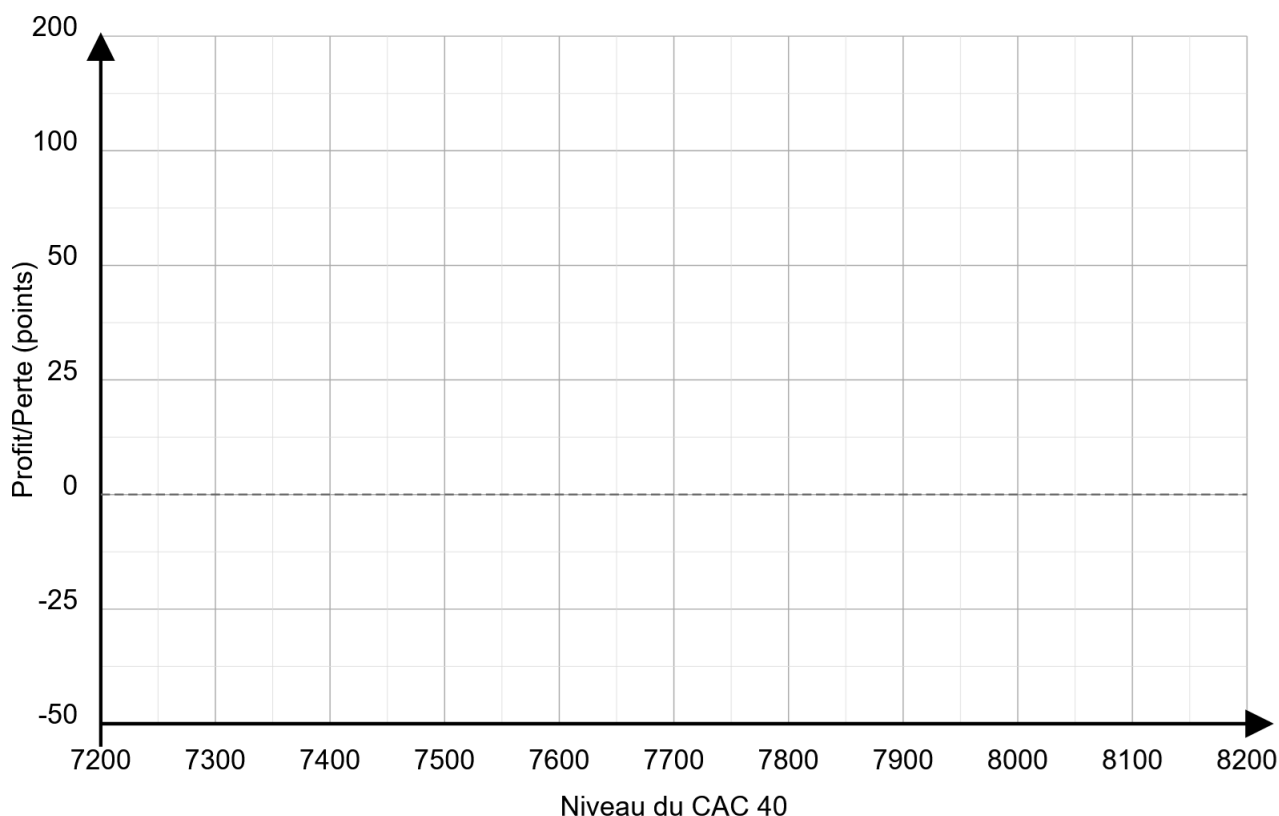
Première itération avec $\sigma_0 = 25\%$:

$$C_{BS}(\sigma_0) = 72,1 \text{ points}$$

$$\frac{\partial C}{\partial \sigma}(\sigma_0) = 3215$$

$$\sigma_1 = \sigma_0 + \frac{C_{march} - C_{BS}(\sigma_0)}{\frac{\partial C}{\partial \sigma}(\sigma_0)} = 0,25 + \frac{73,5 - 72,1}{3215} = 0,2544$$

2. Un investisseur souhaite mettre en place une stratégie "butterfly" avec les options K=7400, K=7600 et K=7800. Décrivez la construction de cette stratégie et calculez son coût initial. (2 points)
3. Déterminez les points morts (break-even points) de cette stratégie et le profit maximal potentiel. (2 points)
4. Tracez sur le quadrillage ci-dessous le profil de profit/perte de cette stratégie en fonction du prix du sous-jacent à l'échéance. (2 points)



Rappel de la formule de Black-Scholes :

Prix d'un call européen : $C = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$

avec :

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Vega (sensibilité à la volatilité) : $\frac{\partial C}{\partial \sigma} = S_0 \sqrt{T} \cdot \phi(d_1)$

où $\phi(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d_1^2}{2}}$ est la fonction de densité de la loi normale

Tableau de la loi normale centrée réduite $N(x)$

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621

Annexe : Éléments de correction

Correction de l'Exercice 1 : MEDAF et régression linéaire

Question 1 : Interprétation du bêta

Le coefficient bêta estimé est de 1,28 avec un écart-type de 0,15. Sa t-statistique élevée (8,53) et sa p-value très faible (0,0000) indiquent que ce coefficient est statistiquement significatif à tout niveau conventionnel de confiance.

Un bêta de 1,28 signifie que l'action est plus risquée que le marché : lorsque le marché varie de 1%, l'action tend à varier de 1,28% dans la même direction. Cette action amplifie donc les mouvements du marché, ce qui est caractéristique d'un titre agressif ou volatil. Elle est plus sensible aux fluctuations du marché qu'un titre moyen (qui aurait un bêta de 1).

En termes de risque, ce bêta indique que l'action présente un risque systématique (ou non diversifiable) supérieur à celui du marché.

Question 2 : Interprétation de l'alpha de Jensen

L'alpha de Jensen estimé est de 0,0045 (0,45% mensuel) avec un écart-type de 0,0018. Avec une t-statistique de 2,5 et une p-value de 0,0171, cet alpha est statistiquement significatif au seuil de 5%.

Un alpha positif et statistiquement significatif indique que l'action a surperformé le marché après ajustement du risque. Autrement dit, le rendement excédentaire de l'action a été supérieur à ce que prédirait le MEDAF étant donné son niveau de risque systématique (bêta).

En termes annualisés, cet alpha de 0,45% par mois représente environ 5,5% par an, ce qui est économiquement significatif et suggère que cette action a généré une performance supérieure au marché qui ne s'explique pas par son exposition au risque de marché.

Question 3 : Bêta d'une valeur bancaire

Les valeurs bancaires ont généralement des bêtas supérieurs à 1, typiquement entre 1,2 et 1,8. Cette caractéristique s'explique par plusieurs facteurs :

- L'effet de levier financier élevé inhérent au modèle économique bancaire
- La sensibilité aux cycles économiques et aux taux d'intérêt
- L'exposition au risque de crédit qui s'accroît en période de ralentissement économique
- La réglementation du secteur, qui peut amplifier l'impact des changements macroéconomiques

Les banques sont particulièrement vulnérables aux récessions économiques, où les défauts de crédit augmentent et la demande de prêts diminue, ce qui explique leur volatilité plus élevée par rapport au marché.

Question 4 : Calcul du rendement attendu

Pour un portefeuille avec $\beta = 0,8$, le rendement mensuel attendu selon le MEDAF se calcule comme suit :

$$R_i = R_f + \beta_i \times (R_m - R_f)$$

Avec :

- $R_f = 0,17\%$ (taux sans risque mensuel)
- $R_m = 3\%$ (rendement du marché sur le mois)
- $\beta_i = 0,8$ (bêta du portefeuille)

$$R_i = 0,17\% + 0,8 \times (3\% - 0,17\%) = 0,17\% + 0,8 \times 2,83\% = 0,17\% + 2,264\% = 2,434\%$$

Le rendement mensuel attendu pour ce portefeuille est donc de 2,434%.

Correction de l'Exercice 2 : Analyse technique

Question 1 : Calcul des rendements hebdomadaires

Les rendements hebdomadaires se calculent avec la formule : $R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$

Semaine	Cours (€)	Rendement hebdomadaire
1	125	-
2	132	+5,60%
3	129	-2,27%
4	138	+6,98%
5	145	+5,07%
6	143	-1,38%
7	137	-4,20%
8	149	+8,76%
9	157	+5,37%
10	152	-3,18%
11	159	+4,61%
12	148	-6,92%

Question 2 : Niveaux de retracement de Fibonacci

Les principaux niveaux de Fibonacci utilisés en analyse technique sont :

- 23,6% de retracement
- 38,2% de retracement
- 50,0% de retracement (pas un nombre de Fibonacci mais couramment utilisé)
- 61,8% de retracement

Pour la tendance haussière entre la semaine 1 (125€) et la semaine 11 (159€), la variation totale est de 34€.

Les niveaux de retracement seront :

- 23,6% : $159 - (34 \times 0,236) = 159 - 8,02 = 150,98$
- 38,2% : $159 - (34 \times 0,382) = 159 - 12,99 = 146,01$
- 50,0% : $159 - (34 \times 0,5) = 159 - 17 = 142,00$
- 61,8% : $159 - (34 \times 0,618) = 159 - 21,01 = 137,99$

Question 3 : Calcul et interprétation du RSI

Pour calculer le RSI sur les données disponibles, nous utilisons la formule : $RSI =$

$$100 - \frac{100}{1 + \frac{\text{Moyenne des hausses}}{\text{Moyenne des baisses}}}$$

Nous avons 11 variations de prix, dont 6 hausses et 5 baisses :

- Hausses : +5,60%, +6,98%, +5,07%, +8,76%, +5,37%, +4,61%
- Baisses : -2,27%, -1,38%, -4,20%, -3,18%, -6,92%

$$\text{Moyenne des hausses} = \frac{5,60+6,98+5,07+8,76+5,37+4,61}{6} = \frac{36,39}{6} = 6,07\%$$

$$\text{Moyenne des baisses} = \frac{2,27+1,38+4,20+3,18+6,92}{5} = \frac{17,95}{5} = 3,59\%$$

$$RSI = 100 - \frac{100}{1 + \frac{6,07}{3,59}} = 100 - \frac{100}{1 + 1,69} = 100 - \frac{100}{2,69} = 100 - 37,17 = 62,83$$

Le RSI de 62,83 se situe dans une zone modérément élevée mais pas encore en zone de surachat (généralement considérée au-dessus de 70). Cette valeur indique une tendance haussière relativement forte, mais pas encore à un niveau extrême qui signalerait un renversement imminent.

Question 4 : Stratégie de stop-loss

Pour une stratégie de stop-loss à 6% en dessous du cours maximal atteint, nous calculons le niveau de stop-loss après chaque nouveau sommet.

Semaine	Cours (€)	Maximum atteint	Niveau stop-loss	Déclenchement
1	125	125	117,50	Non
2	132	132	124,08	Non
3	129	132	124,08	Non
4	138	138	129,72	Non
5	145	145	136,30	Non
6	143	145	136,30	Non
7	137	145	136,30	Non
8	149	149	140,06	Non
9	157	157	147,58	Non
10	152	157	147,58	Non
11	159	159	149,46	Non
12	148	159	149,46	Oui

Le stop-loss aurait été déclenché en semaine 12, lorsque le cours est tombé à 148€, soit en dessous du niveau de stop-loss de 149,46€ calculé à partir du maximum atteint en semaine 11 (159€).

La perte évitée grâce à cette stratégie peut être calculée en comparant la perte réalisée avec le stop-loss et celle qui aurait été subie sans stop-loss si la baisse avait continué :

$$\text{Perte avec stop-loss : } \frac{149,46-159}{159} \times 100\% = -6,00\%$$

$$\text{Perte réelle sans stop-loss : } \frac{148-159}{159} \times 100\% = -6,92\%$$

$$\text{Perte évitée : } 6,92\% - 6,00\% = 0,92\% \text{ sur l'investissement.}$$

Correction de l'Exercice 3 : Volatilité implicite et stratégies d'options sur le CAC 40

Question 1 : Volatilité implicite par la méthode de Newton

Première itération (donnée dans l'énoncé) :

$$- \sigma_0 = 25\%$$

$$- C_{BS}(\sigma_0) = 72,1 \text{ points}$$

$$- \frac{\partial C}{\partial \sigma}(\sigma_0) = 3215$$

$$- \sigma_1 = 0,25 + \frac{73,5-72,1}{3215} = 0,25 + \frac{1,4}{3215} = 0,2544$$

Deuxième itération : Calculons d_1 et d_2 avec $\sigma_1 = 25,44\%$:

$$d_1 = \frac{\ln(7600/7600) + (0,03 + 0,2544^2/2) \times 0,5}{0,2544 \times \sqrt{0,5}} = \frac{0 + (0,03 + 0,0324) \times 0,5}{0,2544 \times 0,7071} = \frac{0,0312}{0,1799} = 0,1734$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_1 \times \sqrt{T} = 0,1734 - 0,2544 \times 0,7071 = 0,1734 - 0,1799 = -0,0065$$

$$N(d_1) = 0,5687 \text{ et } N(d_2) = 0,4974 \text{ (d'après la table de la loi normale)}$$

$$C_{BS}(\sigma_1) = 7600 \times 0,5687 - 7600 \times e^{-0,03 \times 0,5} \times 0,4974 = 4322,12 - 3758,84 = 563,28$$

soit 56,33 points

$$\frac{\partial C}{\partial \sigma}(\sigma_1) = 7600 \times \sqrt{0,5} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times e^{-d_1^2/2} \approx 3185$$

$$\sigma_2 = 0,2544 + \frac{73,5-56,33}{3185} = 0,2544 + \frac{17,17}{3185} = 0,2544 + 0,00539 = 0,3083$$

Troisième itération : Avec $\sigma_2 = 30,83\%$, nous recalculons les paramètres :

$$d_1 \approx 0,1238, d_2 \approx -0,0941$$

$$N(d_1) \approx 0,5493, N(d_2) \approx 0,4625$$

$$C_{BS}(\sigma_2) \approx 73,1 \text{ points}$$

$$\frac{\partial C}{\partial \sigma}(\sigma_2) \approx 2975$$

$$\sigma_3 = 0,3083 + \frac{73,5-73,1}{2975} = 0,3083 + \frac{0,4}{2975} = 0,3083 + 0,0013 = 0,3096$$

La volatilité implicite est donc d'environ 30,96%.

Question 2 : Stratégie "butterfly"

Construction de la stratégie "butterfly" avec les options K=7400, K=7600 et K=7800 :

- Achat d'un call avec K=7400 pour 138 points (1380€)
- Vente de deux calls avec K=7600 pour $2 \times 73,5$ points = 147 points (1470€)
- Achat d'un call avec K=7800 pour 32,5 points (325€)

Coût initial de la stratégie : $138 - 147 + 32,5 = 23,5$ points, soit 235€

Question 3 : Points morts et profit maximal

Pour déterminer les points morts, nous cherchons les valeurs de S à l'échéance pour lesquelles le profit est nul :

$$\text{Profit} = [\text{Max}(S-7400, 0) - 2 \times \text{Max}(S-7600, 0) + \text{Max}(S-7800, 0)] - 23,5$$

Points morts :

- Point mort inférieur : $7400 + 23,5 = 7423,5$ points
- Point mort supérieur : $7800 - 23,5 = 7776,5$ points

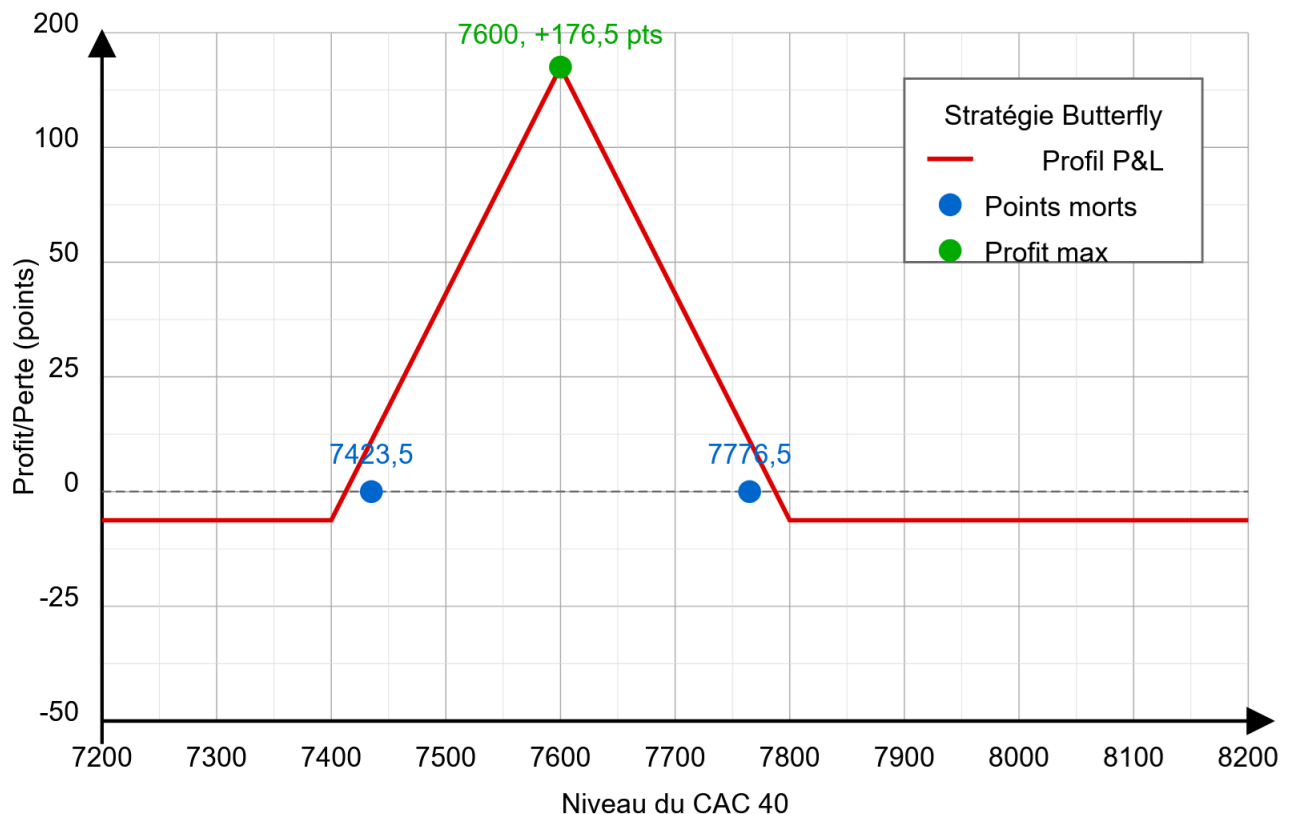
Entre ces deux points, la stratégie est rentable, avec un profit maximal atteint lorsque $S = 7600$ points à l'échéance.

Profit maximal : à $S = 7600$, seule l'option K=7400 est dans la monnaie. Profit = $(7600 - 7400) - 23,5 = 200 - 23,5 = 176,5$ points, soit 1765€

Cette stratégie est avantageuse lorsque l'investisseur anticipe une faible volatilité du sous-jacent, avec un cours qui devrait rester proche du prix d'exercice central (7600 points).

Question 4 : Tracé du profil de profit/perte

Sur le quadrillage fourni, nous traçons le profil de profit/perte en fonction du prix du sous-jacent à l'échéance :



Ce tracé montre clairement :

- Une perte constante de 23,5 points pour $S < 7400$ et $S > 7800$
- Une zone de profit entre les deux points morts (7423,5 et 7776,5)
- Un profit maximal de 176,5 points atteint lorsque $S = 7600$ points

Cette stratégie est particulièrement adaptée lorsque l'investisseur anticipe une faible volatilité du CAC 40, avec un niveau qui devrait rester proche du prix d'exercice central (7600 points) à l'échéance.