Correction rattrapage introduction à la macroéconomie 2018

M. Clevenot

6 juillet 2018

Correction VAN et TRI A

Le TRI taux de rendement interne correspond au taux qui permet d'annuler la VAN.

$$VAN = \sum_{1}^{n} \frac{Flux}{(1+r)^n} - I_0 \tag{1}$$

Pour le TRI on connait la valeur de la VAN puisqu'on souhaite qu'elle soit égale à 0. L'inconnue est désormais r.

$$TRI => \sum_{1}^{n} \frac{Flux}{(1+r)^n} - I_0 = 0 \tag{2}$$

L'équation permettant d'établir la VAN du projet A:

$$VAN = \frac{33000}{(1+r)}^{1} - 30000 = \frac{33000}{(1+0,05)} - 30000 = \boxed{1428,58} \tag{3}$$

Correction TRI A

Désormais, on souhaite établir le TRI. Compte tenu du résultat précédant, on sait que ce taux sera supérieur à 5%.

$$\frac{33000}{(1+r)} - 30000 = 0, r = \frac{1}{10}; \tag{4}$$

D'où vient ce résultat ?

$$\frac{33000}{(1+r)} = 30000 => 33000 = 30000 * (1+r) => \frac{33000}{30000} = 1 + r \tag{5}$$

$$\frac{11}{10} = (1+r) => 1,1 - 1 = \boxed{r = 0,1} \tag{6}$$

L'équation de la VAN du projet B :

$$VAN = \frac{38000}{(1+0,05)^2} - 30000 = \boxed{4467,12} \tag{7}$$

Le TRI du second projet:

$$\frac{38000}{(1+r)^2} - 30000 = 0 => \frac{38000}{(1+r)^2} = 30000 => 38000 = 30000 \cdot (1+r)^2 \tag{8}$$

$$38000 = 30000 \cdot (1+r)^2 => 38\cancel{000} = 30\cancel{000} * 1^2 + 30\cancel{000} \cdot 2 \cdot 1 \cdot r + 30\cancel{000} \cdot r^2 => \tag{9}$$

$$19 = 15 + 30 \cdot r + 15 \cdot r^2 = 0 => 15 \cdot r^2 + 30 \cdot r - 4 = 0 \tag{10}$$

On a identifié la formule canonique $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$. On peut désormais mobiliser la technique du discriminant. Ici a = 15 , b = 30 et c = -4. On rappelle la formule du $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$.

Il vient donc $\Delta = 30^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-)4 = 1140$.

Comme Δ est positif, il y a 2 racines.

Seule la racine positive nous intéresse. Formule des racines, $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$

$$x_1 = \frac{-30 - \sqrt{1140}}{2 \cdot 15} = -2.1254 \tag{11}$$

et surtout

$$x_2 = \frac{-30 - \sqrt{1140}}{2 \cdot 15} = 0.1254 \tag{12}$$

Le TRI du projet B vaut donc **12,54 %**.

Le TRI du projet C peut être obtenu de la même manière.

On récupère la VAN qu'on va ensuite tenter d'annuler.

$$VAN = \frac{95000}{(1+0,05)^2} - 70000 = \boxed{16167,80} \quad (13)$$

On rappelle la définition formelle du TRI. Le TRI, c'est le taux (r) qui permet d'annuler la VAN.

$$VAN = \frac{95000}{(1+r)^2} - 70000 = 0 \quad (14)$$

$$TRI => \frac{95000}{(1+r)^2} - 70000 = 0 => \frac{95000}{(1+r)^2} = 70000 \quad (15)$$

$$95000 = 70000 \cdot (1+r)^2 => 95000 = 7000 \cdot (1^2 + 2 \cdot 1 \cdot r + r^2) \quad (16)$$

$$95000 = 70000 + 140000 \cdot r + 70000 \cdot r^2 \quad (17)$$

$$95 = 70 + 140 \cdot r + 70 \cdot r^2 \quad (18)$$

$$19 = 14 + 28 \cdot r + 14 \cdot r^2 \quad (19)$$

Formule canonique et discriminant, TRI C

$$14 \cdot r^2 + 28 \cdot r - 5 = 0 \tag{20}$$

On tient la formule canonique. On mobilise le discriminant:
a = 14 , b = 28 et c = -5.

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c => \Delta = 28^2 - 4 \cdot 14 \cdot -5 = 1064. \tag{21}$$

Maintenant on cherche les racines :
$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$

$$x_1 = \frac{-28 - \sqrt{1064}}{2 \cdot 14} = -2.16 \tag{22}$$

et surtout

$$x_2 = \frac{-28 + \sqrt{1064}}{2 \cdot 14} = -0.16 \tag{23}$$

Le TRI du projet C vaut 16 %. Finalement, c'est le projet le plus rentable, mais c'est également le plus risqué car c'est celui qui engage le plus de fonds-propres 70000.

Discutions autour des différents projets d'investissement

En fonction du profil psychologique des entrepreneurs, il est possible que certains préfèrent le premier projet. La rentabilité de 10% est plus faible, mais le retour sur investissement est plus rapide.

Il n'y a donc pas de réponse claire ici puisque cela dépend des esprits animaux. Si vous êtes plus ou moins risque lover et que vous disposez d'un montant plus ou moins élevé de liquidités. Une réponse cohérente était suffisante pour apporter le point à gagner.

Le calcul du TRI demeure intéressent puisqu'il permet de faire un tri entre les différents projets. Mais les calculs ne résolvent pas tout puisqu'ils sont fondés sur des hypothèses de recettes et de coûts qui demeurent largement incertains.

Ce n'est qu'après coup que l'on pourra éventuellement se rendre compte de la pertinence ou pas de ses choix d'investissement.

L'économie réelle fonctionne sur un mode d'incertitude sinon radical du moins très élevé.

La version la plus simple pour résoudre le TRI B

Projet B:

$$\frac{38000}{(1+r)^2} - 30000 = 0 => \frac{38000}{(1+r)^2} = 30000 => 38000 = 30000 \cdot (1+r)^2 \tag{24}$$

$$\frac{38}{30} = (1+r)^2 => \frac{19}{15} = (1+r)^2 => \sqrt{\frac{19}{15}} = \sqrt{(1+r)^2} \tag{25}$$

$$\sqrt{\frac{19}{15}} = (1+r) => \boxed{\sqrt{\frac{19}{15}} - 1 = r = 0.125} \tag{26}$$

La version la plus simple pour résoudre le TRI C

Projet C:

$$\frac{95000}{(1+r)^2} - 70000 = 0 => \frac{95000}{(1+r)^2} = 70000 => 95000 = 70000 \cdot (1+r)^2 \quad (27)$$

$$\frac{95}{70} = (1+r)^2 => \frac{19}{14} = (1+r)^2 => \sqrt{\frac{19}{14}} = \sqrt{(1+r)^2} \quad (28)$$

$$\sqrt{\frac{19}{14}} = (1+r) => \boxed{\sqrt{\frac{19}{14}} - 1 = r = 0.165} \quad (29)$$