

# Examen blanc assurance et gestion des risques

Mickaël Clévenot

17 mars 2014

## 1 Questions de cours pour tous

**Question 1)** Il sera demandé aux étudiants de rappeler l'un des axiomes de la méthodologie développée par Von Neumann et Morgenstern.

**Question 2)** En quoi la théorie de l'assurance constitue-t-elle une discipline hybride ?

**Question 3)** Ordinalité vs. Cardinalité ?

**Question 4)** Pourquoi seules les transformations affines positives permettent de conserver la cardinalité des fonctions d'utilité ?

**Question 5)** Définition littéraire, équation et représentation graphique du comportement d'un agent risquophile, neutre au risque ou risquophobe ?

**Question 6)** Responsabilité civile et pénale dans le cadre de l'assurance ?

**Question 7)** Qu'est-ce qu'un bien assurable ?

**Question 8)** Définition du contrat d'assurance ?

**Question 9)** Principe indemnitare, principe forfaitaire ?

**Question 10)** Quelles sont les trois règles qui permettent à l'assurance de fonctionner normalement et d'être rentable ?

**Question 11)** Quels sont les différents types d'assurance ?

**Question 12)** De quoi dépend le risque ?

**Question 13)** La notion de concavité en assurance ?

**Question 14)** La notion de prime de risque en assurance ?

**Question 15)** La notion d'équivalent certain en assurance ?

**Question 16)** Implications d'une assurance complète sur l'assuré et l'assurance ?

**Question 17)** Implication de la notion de co-assurance sur l'assuré et l'assurance ?

**Question 18)** Implication de la notion d'auto-assurance et d'auto-protection ?

**Question 19)** Implication de la notion de prévention en assurance ?

**Question 20)** Aléas moral/risque adverse, conséquences sur l'activité d'assurance ?

**Question 21)** Méthodologie de Markowitz appliquée à l'assurance ?

**Question 22)** A quoi sert le coefficient de sécurité en assurance ?

**Question 23)** Sensibilité, équation, et implication pour l'assurance ?

**Question 24)** Caractéristiques de l'assurance vie ?

**Question 25)** Pourquoi et comment l'assureur sélectionne les risques ?

## 2 Exercices pour juristes et économistes

### Exercice 1 : La construction d'une fonction d'utilité

Une compagnie d'assurance souhaite lancer un nouveau produit de placement. Pour l'établir au mieux elle a besoin de connaître la fonction d'utilité des clients susceptibles de réaliser ce type de placement. Elle adresse à un client représentatif un questionnaire pour connaître son attitude face au risque. Ce client dispose de 200 000 euros, s'il place cet argent auprès de l'assurance, il peut perdre tout son argent, ou gagner 600 000.

Placement risqué (unité : euros)		
États du monde	Probabilité d'occurrence	Gains (+) ou Pertes(-)
E1	0.15	0
E2	0.25	200 000
E3	0.35	350 000
E4	0.25	500 000

Premièrement vous rappellerez l'axiome de continuité et expliquerez comment il intervient dans la définition de la fonction d'utilité de Von Neumann Morgenstern.

**(2 points)**

A partir de ces gains ou pertes, il est demandé à l'agent de définir les probabilités associées à ces différentes loteries pour lesquelles il accepterait de placer son argent. Autrement dit, pour quelle association de loterie, il serait indifférent entre accepter la loterie de loterie pondérée ou accepter un certain montant d'argent. Pour cela, l'assurance demande les probabilités associées aux loteries pour des montants intermédiaires afin de pouvoir construire une courbe d'utilité en univers incertain.

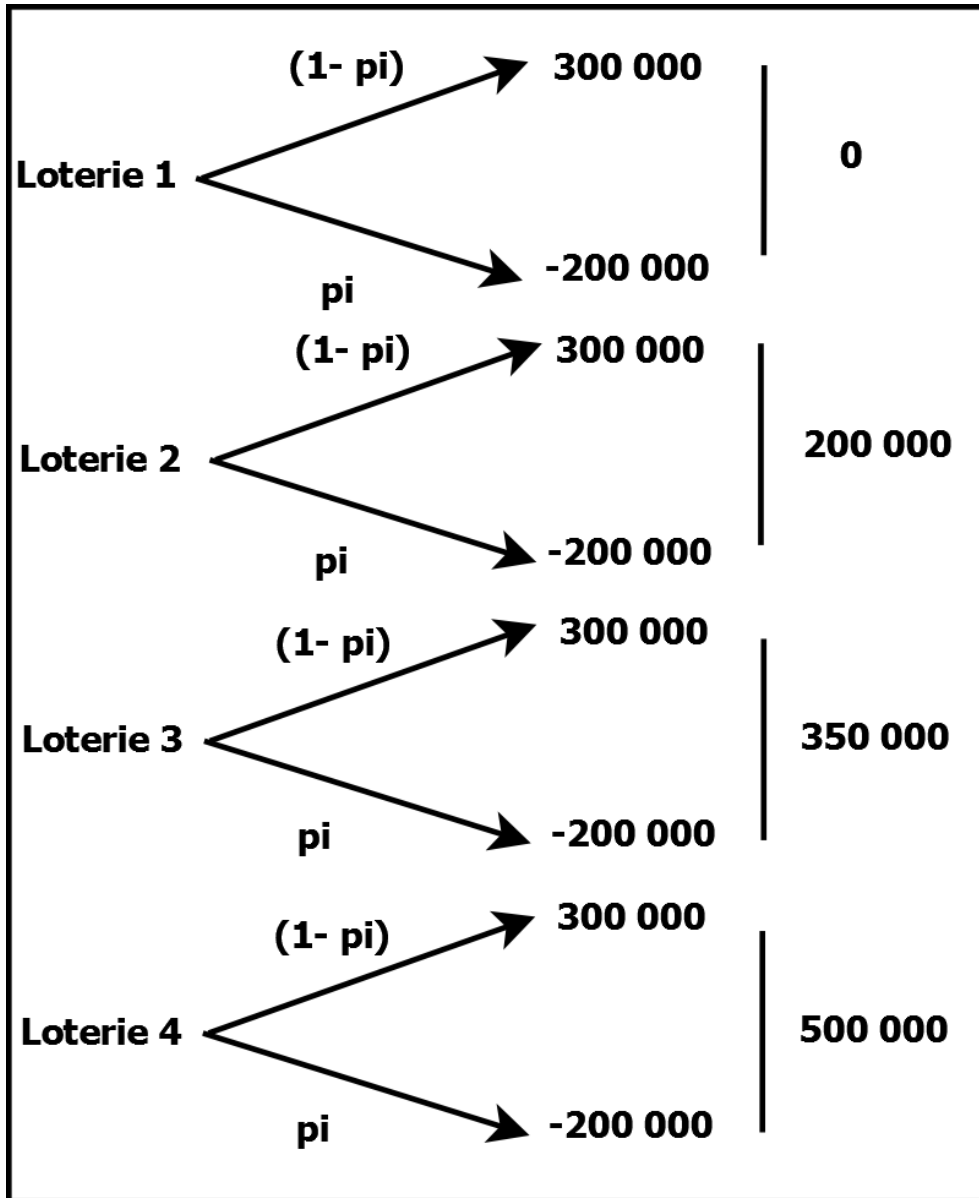
L'agent précise que pour :

- la première loterie  $\pi = 0.53$
- la seconde loterie  $\pi = 0.30$
- la troisième loterie  $\pi = 0.09$
- la quatrième loterie  $\pi = 0.02$

A partir de ces informations vous tracerez la fonction Von-Neumann Morgenstern de l'agent à l'aide du repère ci-dessous. Vous présenterez les calculs et commenterez la forme de la courbe d'utilité.

**(2 points)**

FIGURE 1 – Les différentes loteries



## Exercice 2 : Calcul et définition de l'équivalent certain

Rappelez la définition de l'équivalent certain (Formule et explication).

(2 points)

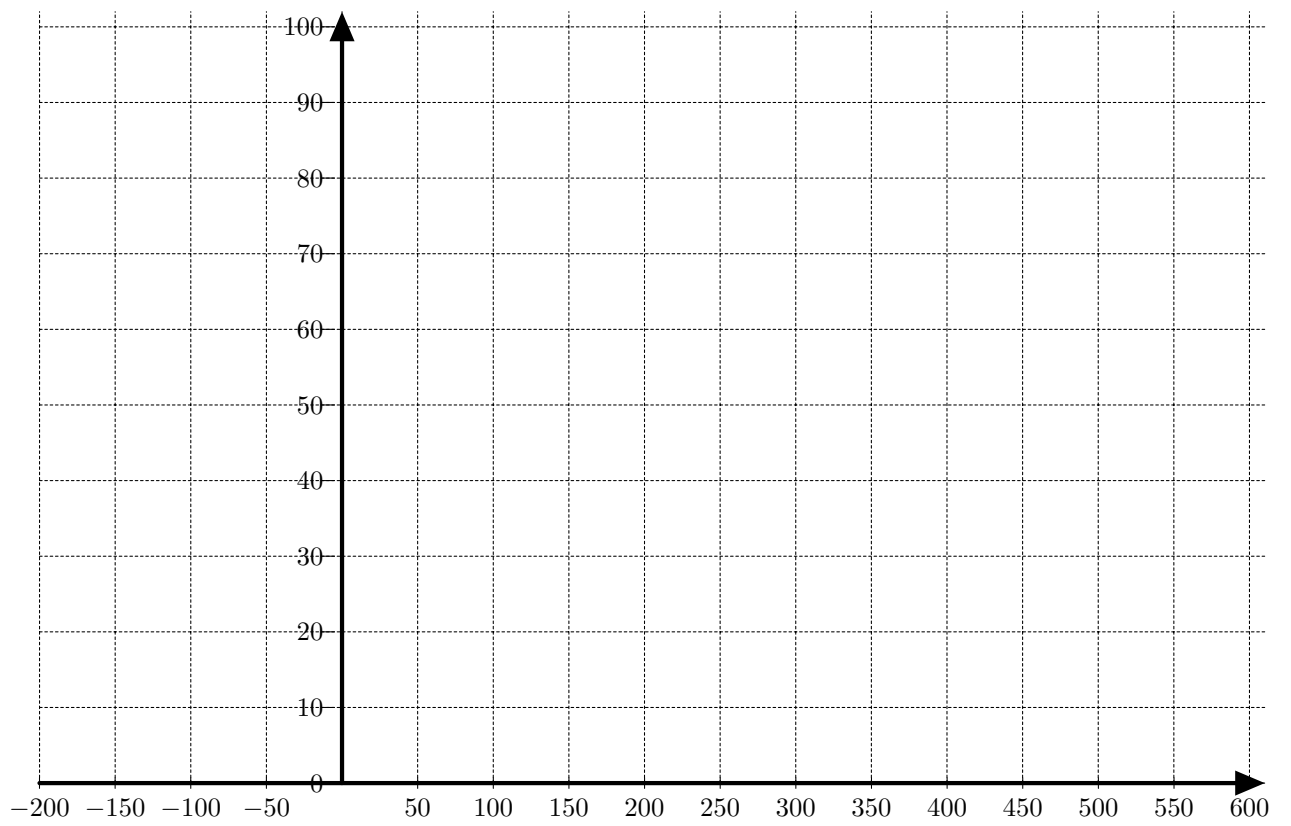
## Exercice 3 : Prix de vente et prix d'achat du risque

### Prix de vente

Un agent possède une richesse de 10 000 euros ainsi qu'un billet de loterie qui peut rapporter 2 000 euros avec une probabilité de  $\frac{1}{2}$ . A quel prix sera-t-il prêt à se séparer de son billet de loterie si sa fonction d'utilité est de la forme suivante :

$$U = \ln(W) \text{ ou, } U = W^2 \text{ ou encore, } U = \sqrt{W}$$

FIGURE 2 – Repère



**Prix d'achat du risque :**

Le billet vaut 10 euros, la richesse initiale de l'agent est de 10 000. La probabilité de gagner est de  $1/10000$ , le gain est de 80 000 euros. La fonction d'utilité de l'agent est de la forme  $U = Ln(W)$ . Est-ce que l'agent achète la loterie ?

**Exercice 4 : Définition et application de la prime de risque**

**3 Exercices uniquement pour les économistes**

**4 Correction**

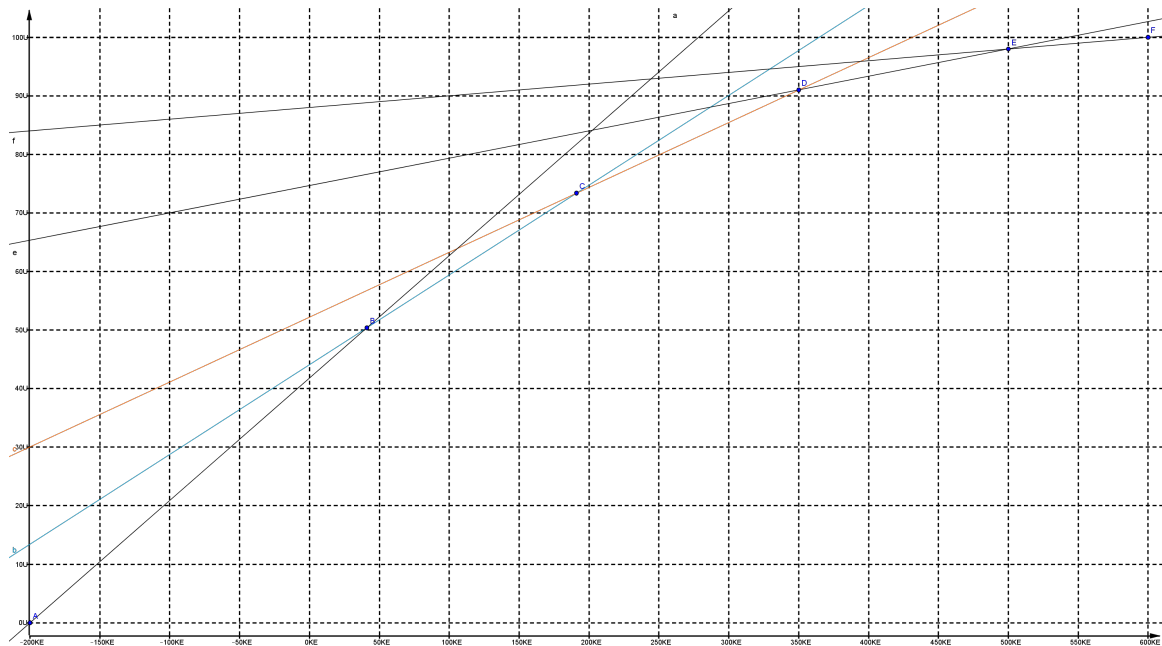


FIGURE 3 – Correction fonction VN-M

**E2 Définition de l'équivalent certain.** L'équivalent certain est le montant  $w^*$  sûr et certain qui procure la même utilité que la richesse finale risquée (c-à-d la richesse initiale  $w_0$  et la loterie  $\tilde{x}$  )

En équation cela donne :

$$u(w^*) = Eu(\tilde{w}_f) = Eu(w_0 + \tilde{x}) \tag{1}$$

La richesse initiale vaut :  $w_0 = 1000$

La loterie  $\tilde{x} = L(2000, 0; 1/2, 1/2)$  On veut que l'utilité procurer par le montant de l'équivalent certain soit égale à l'utilité procurer par le montant de richesse procurée par la richesse finale aléatoire.

$$u(w^*) = Eu(\tilde{w}_f) = Eu(w_0 + \tilde{x}) \quad \ln(w^*) = 1/2 \cdot \ln(10000 + 2000) + 1/2 \ln(10000) = 9.3$$

$$\Rightarrow w^* = e^{9.3} = 10954,45$$

### E3 Prix de vente et d'achat du risque

Le prix de vente de la loterie  $p_v$  est obtenu par la différence entre le montant de l'équivalent certain  $w^*$  et le montant de la richesse initiale  $w_0$ . Renoncer à la loterie revient à se priver de  $(w^* - w_0)$ . On la vue dans l'exercice précédant la valeur de l'équivalent certain est de 10954,45 la richesse initiale de 10 000, donc le prix de vente du billet est de 954.45 euros.

Dans le cas d'une fonction d'utilité puissance 2, il est nécessaire de recalculer le montant de l'équivalent certain.

$$u(w^*) = 1/2 \cdot (10000 + 2000)^2 + 1/2 \cdot (10000)^2 = 122000000$$

$$\Rightarrow w^* = \sqrt{122000000} = 11045,36$$

Le prix de vente de la loterie vaut donc  $(w^* - w_0) : 11045,36 - 10000 = 1045,36$

Dans le cas d'une fonction d'utilité racine carrée, il est nécessaire de recalculer le montant de l'équivalent certain.

$$u(w^*) = 1/2 \cdot (10000 + 2000)^{(1/2)} + 1/2 \cdot (10000)^{(1/2)} = 104,77$$

$$\Rightarrow w^* = 104,77^2 = 10977,22$$

Le prix de vente de la loterie vaut donc  $(w^* - w_0) : 10977,22 - 10000 = 977,22$

Le prix d'achat des loteries :

L'agent achètera le billet si et seulement si l'utilité procurée par le montant de l'équivalent certain est supérieur ou égal à l'utilité procurer par sa richesse initiale. Le billet vaut 10 euros, sa richesse initiale est de 10 000 et la probabilité de gagner est de  $1/10000$  le gain est de 80 000 euros.

L'équivalent certain vaudra :

$$u(w^*) = Eu(\tilde{w}_f) = Eu(w_0 + \tilde{x})$$

$$u(w^*) = (1/10000) \cdot Ln(10000 - 10 + 80000) + (1 - 1/10000) \cdot Ln(10000 - 10) = 10095,31$$

$$u(w^*) = (1/10000) \cdot Ln(89990) + (1 - 1/10000) \cdot Ln(9990) = 9992,19 \text{ euros}$$

Comme l'équivalent certain est inférieur à sa richesse initiale, il n'achètera pas le billet. **Prime de risque**

La prime correspond un montant qu'est prêt à payer un agent adverse au risque pour limiter ce risque. Analytiquement, la prime de risque correspond au montant qui va équilibrée l'utilité de la richesse finale aléatoire à la richesse finale certaine moins cette prime de risque. Dit autrement, l'utilité procuré par le montant de richesse certaines moins la prime de risque doit être juste égale à l'utilité de la richesse finale aléatoire. On peut également noté qu'un agent adverse au risque aura une

prime de risque positive alors que l'assurance dans le cadre de ce cours est supposée être neutre au risque. On peut considérer que les marchés financiers constituent un marché du risque sans lesquels le fonction d'assurance aurait plus de difficulté à être réalisés car ils jouent le rôle de contrepartie avec une attitude au risque spécifique. Ils sont risquophiles.

Définition formelle :

$$U(\bar{x} - P) = Eu(U(\tilde{x}))$$